

Бакалов В.Г., Кузьменко В.О., Нікітченко В.І., Яриш І.Ю. Державний науково-дослідний інститут випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки Збройних Сил України

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЖИВУЧОСТІ АРТИЛЕРІЙСЬКОГО ПІДРОЗДІЛУ ПІД ЧАС ВЕДЕННЯ БОЙОВИХ ДІЙ

У статті розглядається питання живучості артилерійського підрозділу під час ведення бойової дії. Живучість артилерійського підрозділу розглядається як випадковий процес. З нашої точки зору цей випадковий процес є марковським процесом, який залежить від часу. Розроблена математична модель живучості артилерійського підрозділу, яка базується на нестационарному марковському процесі, що описується рівнянням Колмогорова. Математична модель дозволяє змінювати ймовірність ураження артилерійського підрозділу, час перебування їх на бойових позиціях і час визначення позицій противника, що дозволяє визначати живучість артилерійського підрозділу в часі при веденні бойових дій. Наведено шляхи підвищення живучості артилерійського підрозділу під час ведення бойових дій. На наш погляд, вказаний підхід може бути використаний при створенні інтерактивного комплексу симуляції управління артилерійським підрозділом. Такий комплекс може бути застосований при навчанні командирів артилерійських підрозділів.

Ключові слова: артилерійський підрозділ, живучість, марковський процес, рівняння Колмогорова, ймовірності переходів, час.

Постановка проблеми. Війна росії проти України, яка почалася 24 лютого 2022 року, показала, що успіхи Збройних Сил України (ЗС України) значною мірою залежать від злагодженого і грамотного застосування артилерійських підрозділів (АП).

На першому етапі війни при стримуванні агресора, який наступав і мав значну перевагу в живій силі та техніці, саме АП України нанесли йому значних втрат. Яскравим прикладом таких дій АП України є оборона міста Чернігова. Дії АП України в Чернігові показали, що їх мобільність, маневреність і злагодженість є запорукою успіху.

На другому етапі війни при контрнаступі АП ЗС України завдяки мобільності, маневреності і злагодженості наносять агресору потужні удари.

У бойових умовах до АП висувуються суперечливі вимоги. З одного боку, АП повинен постійно підтримувати дії загальновійськових частин, а з другого – така підтримка значно знижується від часу знаходження на бойовій позиції, через втрати АП у ході ведення бойових дій. Вказане обумовлює живучість АП, як здатність протистояти впливу ураження від вогневих дій противника і виконувати бойове завдання. У бойових умовах живучість буде залежати від багатьох факторів. Аналіз теоретичних досліджень у теорії військового управління [1–12] показав, що вказане завдання можна вирішити за допомогою математичного моделювання, яке базується на марковському процесі.

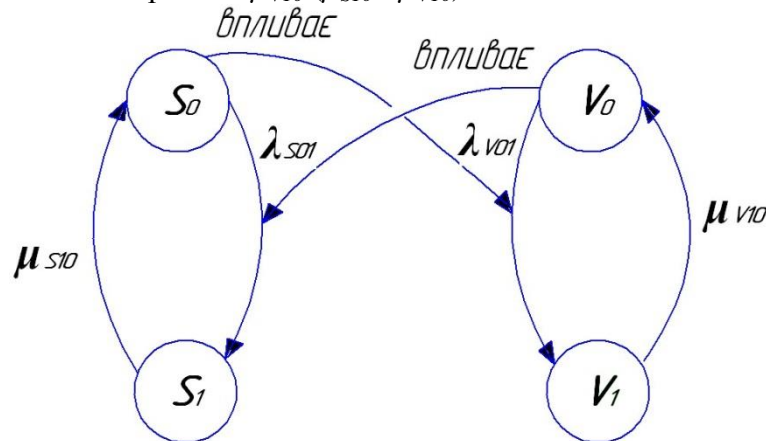
Аналіз останніх досліджень і публікацій. Більшість публікацій і досліджень, присвячених живучості АП, які базуються на марковському процесі, розглядають його як стаціонарний процес, тобто незалежний від часу [1–4, 6, 8–12]. Це не відповідає динаміці бою і не дає можливості командирі АП приймати обґрунтовані рішення.

Мета статті. Побудова математичної моделі живучості АП, яка базується на нестационарному марковському процесі, який описується рівнянням Колмогорова, для розробки рекомендацій щодо підвищення живучості АП в ході ведення бойових дій.

Викладення основного матеріалу. Розглянемо артилерійську боротьбу двох АП синіх (S) і червоних (V). Тоді кожний підрозділ буде з деякою ймовірністю знаходитись в двох станах. Сині будуть в стані S_0 – на бойовій позиції з ймовірною живучістю p_0 і S_1 – в стані не здатному виконувати бойове завдання з ймовірністю p_1 . Червоні будуть в стані V_0 – на бойовій позиції з ймовірною живучістю y_0 і V_1 – в стані не здатному виконувати бойове завдання з ймовірністю y_1 . Граф для вказаної схеми буде мати вигляд, наведений на рис.1.

Система $S_0 - S_1$ із стану S_0 переходить в стан S_1 з ймовірністю λ_{S01} помножену на ймовірності p_0 і y_0 . Чим вища ймовірність p_0 , тим більше елементів перейдуть в стан S_1 . Також, чим вища ймовірність y_0 тим більше елементів S_0 перейдуть в стан S_1 . Аналогічно здійснюється перехід зі стану V_0 у стан V_1 з ймовірністю λ_{V01} . Слід зауважити, що ймовірності λ_{S01} та λ_{V01} залежать від часу (потрібен час на підготовку АП до ведення бойових дій).

Зворотній перехід із стану S_1 в стан S_0 здійснюється з ймовірністю μ_{S10} , а із стану V_1 в стан V_0 здійснюється з ймовірністю μ_{V10} ($\mu_{S10} = \mu_{V10}$).



- λ_{S01} – ймовірність переходу АП синіх зі стану S_0 (бойового) в стан S_1 (вражені);
- μ_{S10} – ймовірність переходу АП синіх зі стану S_1 в стан S_0 (відновлення бойового стану);
- λ_{V01} – ймовірність переходу АП червоних зі стану V_0 (бойового) в стан V_1 (вражені);
- μ_{V10} – ймовірність переходу АП червоних зі стану V_1 в стан V_0 (відновлення бойового стану)

Рис.1. Граф станів АП синіх (S) і червоних (V) під час бойових дій

Вказаний граф описується системою диференціальних рівнянь Колмогорова для безперервного часу у виду:

$$\begin{cases} \frac{dp_0}{dt} = -\lambda_{S01}(t) \cdot p_0 \cdot y_0 + \mu_{S10} \cdot p_1 \\ p_1 = 1 - p_0 \\ \frac{dy_0}{dt} = -\lambda_{V01}(t) \cdot y_0 \cdot p_0 + \mu_{V10} \cdot y_1 \\ y_1 = 1 - y_0 \end{cases} \quad (1)$$

Початкові умови:

$t=0, \lambda_{S01}=0$ – ймовірність враження АП синіх буде нульовою до моменту часу t_1 , поки АП червоних готують підрозділи до бойових дій. Затримка їх бойових дій складає t_1 секунд, у цей час АП синіх не несуть втрат, тому відповідна ймовірність буде дорівнювати нулю;

$\lambda_{V01} = \lambda_{V01}/2$ – ймовірність враження АП червоних значно нижче максимального значення через невизначеності АП синіх позицій червоних (в прикладі ми взяли її нижчу у два рази);

$\mu_{S10} = \mu_{V10}$ – ймовірність переходу АП із стану “враження” в стан “бойовий”;

$p_0=1$ – ймовірність АП синіх знаходиться в стані S_0 . У цьому стані АП виконує бойове завдання (живучість);

$p_1=0$ – ймовірність АП синіх знаходиться в стані S_1 . У цьому стані АП не може виконувати бойове завдання (вражені);

$y_0=1$ – ймовірність АП червоних знаходиться в стані V_0 . У цьому стані АП виконує бойове завдання (живучість);

$y_j=0$ – імовірність АП червоних знаходиться в стані V_j . У цьому стані АП не може виконувати бойове завдання (вражені);

t_1 – час підготовки АП червоних до бойових дій (в прикладі $t_1=90$ секунд);

Слід зауважити, що в математичній моделі числові значення обираються із бойового досвіду або методичних рекомендацій.

Рішення системи диференціальних рівнянь (1) здійснювалось чисельним методом Ейлера. Використання методів більшої точності, наприклад, Рунге-Кутта, є недоцільним тому, що потребують збільшення часу на розрахунок. Крім того, визначальними є завдання значень ймовірностей які впливають на похибку розрахунків більше, ніж квант часу. У моделі цей квант дорівнює 1 секунді.

В результаті розрахунків залежність живучості АП синіх і червоних від часу будуть мати вигляд, представлений на рисунку 2.

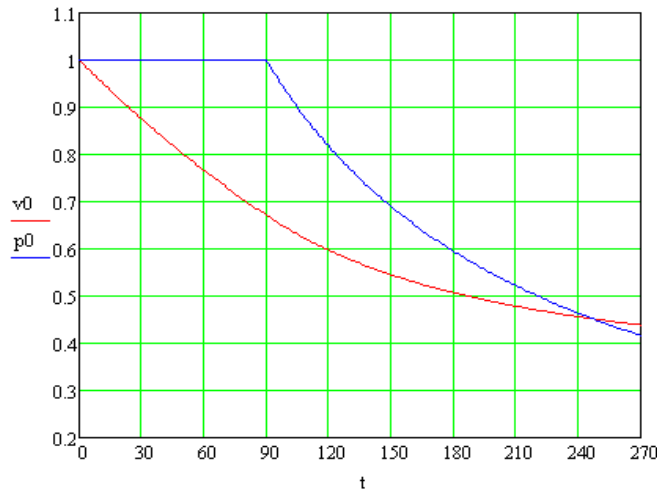


Рис.2. Залежність живучості АП синіх p_0 і червоних v_0 від часу t (секунди) при невизначеності позицій АП червоних

Із рис.2 видно, що через 240 секунд живучість АП червоних буде перевищувати АП синіх незважаючи, що сині почали бойові дії раніше.

Виникає питання, яку стратегію повинно обрати АП синіх, маючи невизначені позиції АП червоних, для того щоб виграти в останніх артилерійське протистояння.

З нашої точки зору такою стратегією є поділ АП синіх на дві або більше частин. Перша частина АП синіх (S) починає бойові дії з невизначеними позиціями АП червоних (V), а друга частина АП синіх (G) починає бойові дії після визначення позицій АП червоних через певний час t_2 , наприклад, $t_2=180$ секунд. Граф станів для вищенаведеного випадку представлений на рисунку 3.

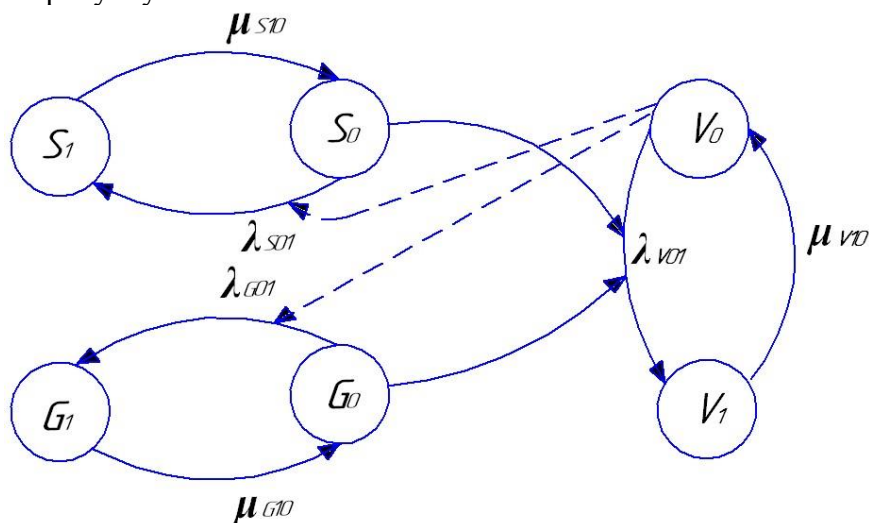


Рис.3. Граф станів АП синіх, який поділений на дві частини (S і G), а також АП червоних (V) під час бойових дій

Слід зауважити, що для наведеного графу може існувати чотири етапи бойових дій:

1) на першому етапі до часу t_1 частина АП синіх (S) наносять удари по не визначених бойових позиціях червоних. За час t_1 АП червоних (V) визначають бойові позиції частини АП синіх (S) на цьому етапі останні втрат не несуть. Слід відмітити, що АП червоних (V) втрати несуть. На цьому етапі друга частина АП синіх (G) у бойових діях участі не приймає. Цей етап (для часу $t \leq t_1$) описується наступною системою диференціальних рівнянь Колмогорова, які дозволяють визначити живучість АП в часі:

$$\begin{cases} p_0 = 0.5 \\ p_1 = 0 \\ z_0 = 0.5 \\ z_1 = 0.5 - z_0 = 0 \\ \frac{dy_0}{dt} = -\lambda_{v01}(t) \cdot y_0 \cdot p_0 + \mu_{v10} \cdot y_1 \\ y_1 = 1 - y_0 \end{cases} \quad (2)$$

2) на другому етапі до часу t_2 АП червоних (V) наносять бойові удари по позиціях АП синіх (S). На цьому етапі друга частина АП синіх (G) визначає бойові позиції АП червоних (V). На цьому етапі друга частина АП синіх (G) в бойових діях участі не приймає. Цей етап (для часу $t_1 < t \leq t_2$) описується наступною системою диференціальних рівнянь Колмогорова, які дозволяють визначити живучість АП в часі:

$$\begin{cases} \frac{dp_0}{dt} = -\lambda_{s01}(t) \cdot p_0 \cdot y_0 + \mu_{s10} \cdot p_1 \\ p_1 = 0.5 - p_0 \\ z_0 = 0.5 \\ z_1 = 0.5 - z_0 = 0 \\ \frac{dy_0}{dt} = -\lambda_{v01}(t) \cdot y_0 \cdot p_0 + \mu_{v10} \cdot y_1 \\ y_1 = 1 - y_0 \end{cases} \quad (3)$$

3) на третьому етапі перша (S) і друга (G) частина АП синіх наносять удари по визначених позиціях АП червоних. Друга частина АП синіх (G) до часу t_3 таких втрат не матимуть. За час t_3 АП червоних визначають бойові позиції другого АП синіх (G). Цей етап (для часу $t_2 < t \leq t_3$) описується наступною системою диференціальних рівнянь Колмогорова, які дозволяють визначити живучість АП в часі:

$$\begin{cases} \frac{dp_0}{dt} = -\lambda_{s01}(t) \cdot p_0 \cdot y_0 + \mu_{s10} \cdot p_1 \\ p_1 = 0.5 - p_0 \\ z_0 = 0.5 \\ z_1 = 0.5 - z_0 = 0 \\ \frac{dy_0}{dt} = -\lambda_{v01}(t) \cdot y_0 \cdot (p_0 + z_0) + \mu_{v10} \cdot y_1 \\ y_1 = 1 - y_0 \end{cases} \quad (4)$$

4) на четвертому етапі перша (S) і друга (G) частина АП синіх наносять удари по визначених позиціях АП червоних, а останні наносять удари по визначених позиціях АП синіх (S, V). Відповідно, удар АП червоних буде поділено навпіл на вказані два АП синіх. Цей етап (для часу $t > t_3$) описується наступною системою диференційних рівнянь Колмогорова, які дозволяють визначити живучість АП в часі:

$$\begin{cases} \frac{dp_0}{dt} = -\lambda_{s01}(t) \cdot p_0 \cdot y_0 / 2 + \mu_{s10} \cdot p_1 \\ p_1 = 0.5 - p_0 \\ \frac{dz_0}{dt} = -\lambda_{s01}(t) \cdot z_0 \cdot y_0 / 2 + \mu_{s10} \cdot z_1 \\ z_1 = 0.5 - z_0 \\ \frac{dy_0}{dt} = -\lambda_{v01}(t) \cdot y_0 \cdot (p_0 + z_0) + \mu_{v10} \cdot y_1 \\ y_1 = 1 - y_0 \end{cases} \quad (5)$$

Слід зауважити, що для порівняння стратегій сталі коефіцієнти (імовірності) в рівняннях не змінювались.

На підставі рішення наведених систем диференційних рівнянь Колмогорова для безперервного часу отримано результат зміни живучості вказаних підрозділів від часу бойового зіткнення (рис.4).

Із рис.4 видно, що на першому етапі до часу $t_1=90$ секунд АП синіх (S і G) не несуть втрат, а АП червоних (V) несуть втрати (ймовірність їх втрат у два рази нижча за максимальну $\lambda_{v01}=\lambda_{v01}/2$). На другому етапі в проміжку часу $t_1=90 < t \leq t_2=180$ після визначення АП червоних позицій АП синіх (S) останні несуть втрати швидше, ніж втрати АП червоних. На третьому етапі в проміжку часу $t_2=180 < t \leq t_3=270$ після визначення АП синіх позицій АП червоних (V) останні несуть значні втрати. Слід зауважити, що АП синіх несуть втрати тільки у підрозділі (S), а підрозділ синіх (G) втрат не має. Таким чином живучість АП синіх (S і G) за час бойового зіткнення завжди залишається вищою ніж у АП червоних (V).

Якщо АП синіх (S) із-за невизначеності позицій АП червоних (V) мають дуже низьку ймовірність враження останніх $\lambda_{v01}=\lambda_{v01}/10$ (у прикладі ми взяли її нижчу у десять разів), то живучість підрозділів під час бойових дій в часі буде мати вигляд, представлений на рис.5.

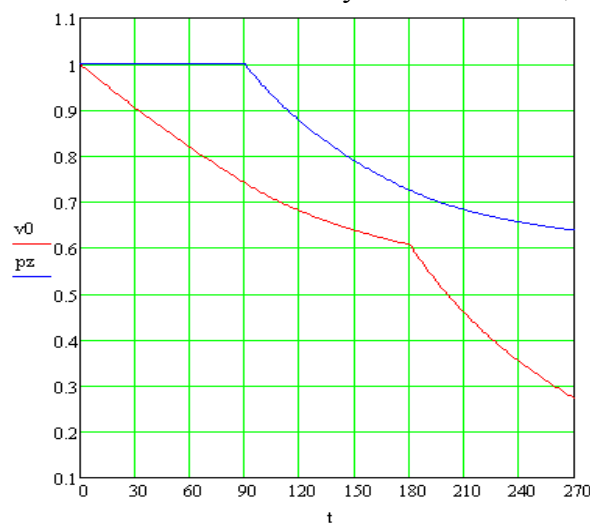


Рис.4. Залежність живучості АП синіх, поділених на дві частини ($p_z=p_0+z_0$) і червоних v_0 від часу t (секунди) при невизначеності позицій АП червоних на початковому етапі

Із рис.5 видно, що за час $t_2=180$ секунд, за який АП синіх визначають позиції АП червоних (V), їх втрати складають 68% (це тільки втрати частини АП синіх (S). Після цього вони наносять значні втрати АП червоних (V) і їх живучість на момент часу $t_3=270$ секунд складає менше, ніж 45%. Живучість АП синіх перевищує 58%. Фактично АП синіх втратило підрозділ (S), а в їх підрозділі (G) втрат не було.

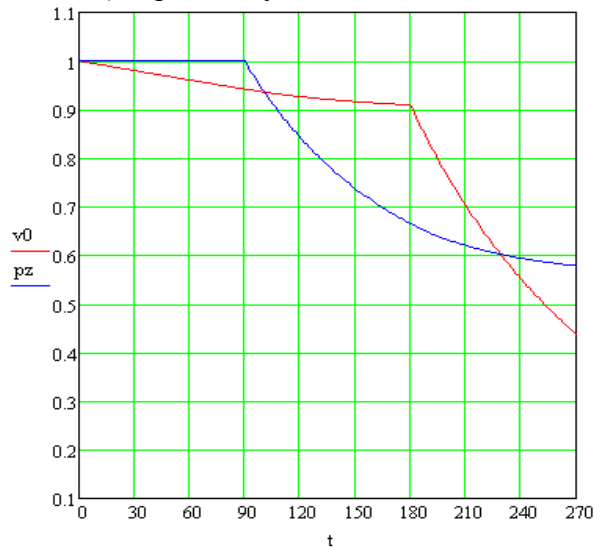


Рис.5. Залежність живучості АП синіх, поділених на дві частини ($p_z=p_0+z_0$) і червоних v_0 від часу t (секунди) при дуже невизначених позиціях АП червоних на початковому етапі $\lambda_{v01}=\lambda_{v01}/10$

Головні висновки. Таким чином, запропонована модель оцінки живучості системи управління артилерійським підрозділом, під час бойових дій враховує чинники, які впливають на її живучість. Змінюючи імовірності вражень АП, час перебування їх на бойових позиціях і час визначення позицій противника можна моделювати живучість АП в часі під час ведення бойових дій.

При розробці пропозицій щодо підвищення живучості АП під час ведення бойових дій слід звернути увагу на:

- визначення точних координат позицій АП противника;
- зменшення часу на виявлення координат позицій АП противника;
- зменшення часу прибуття АП на вогневі позиції;
- розосередити позиції АП, що підвищує його живучість.

Запропонована модель оцінки живучості артилерійського підрозділу під час бойових дій враховує різні варіанти нанесення ударів по противнику та дозволяє провести порівняльний аналіз пропозицій щодо забезпечення необхідного рівня живучості системи в штабах при плануванні та веденні бойових дій. На наш погляд вказаний підхід може бути використаний при створенні інтерактивного комплексу управління артилерійським підрозділом. Такий комплекс може бути застосований при навчанні командирів артилерійських підрозділів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Головченко О.В. Математична модель застосування артилерійських підрозділів під час вогневої підтримки в наступі / О.В. Головченко // International scientific journal “Grail of Science”. – Vol. №6 (June, 2021). – PP. 90–92.

2. Репіло Ю.Є. Обґрунтування показників та критерію можливої живучості артилерійських підрозділів під час вогневої підготовки в наступальних діях / Ю.Є.Репіло, О.В. Головченко // Система озброєння і військова техніка. – Київ: НУОУ ім. І.Черняхівського, 2021. – Вип. № 3(67). – С. 39–44.

3. Загорка О.М. Методичні положення оцінки живучості зенітної ракетної системи від дії по її елементах засобів ураження противника / О.М. Загорка, В.В. Коваль, І.О. Загорка // Збірник наукових праць Харківського національного університету Повітряних Сил. – Харків: ХУПС, 2017. – Вип. № 4(45). – С. 12–16.

4. Мегельбей В.В. Методика оцінювання живучості системи управління вогнем зенітного підрозділу (частини) / В.В. Мегельбей, С.О. Кравченко, Д.С. Іценко, Р.М. Олійник, С.В. Цілина // Збірник наукових праць Державного науково-дослідного інституту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки. – Чернігів: Брагинець О.В., 2020. – Вип. № 1(3). С. 77–82. – DOI: 10.37701/dndivsovt.3.2020.10.

5. Дерев'янчук А.Й., Вакал А.О. Визначення основних характеристик артилерійського комплексу та оцінка його ефективності. – Суми: Вісник СумДУ, 1999, – Вип. № 1(12). – С. 99–104.

6. Головченко О.В. Визначення способу забезпечення живучості підрозділів реактивної артилерії в бою. НУОУ ім. Івана Черняхівського. Альманах наук. Військові науки. – Київ: НУОУ, 2019. – Вип. № 8(29). – С. 4–7.

7. Погляди провідних фахівців НАТО на вогневу підтримку з закритих вогневих позицій: монографія / [Ю.Є. Репіло, С.М. Салкуцан, О.М. Шевченко та ін.]. –К.:НУОУ ім. Івана Черняхівського, 2018. –196 с.

8. Репіло Ю.Є., Головченко О.В. Модель ведення бойових дій артилерійськими підрозділами під час вогневої підтримки у ході ведення наступальних дій. Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони. Київ: НУОУ, 2021. – Вип. № 31(40), С.153–162. – DOI: 10.33099/2311-7249/2021-40-1-153-162.

9. Maistrtnko O., Karavanov O., Riman O.Kurban V., Shcherba F., Volkov S., Kravets T., Semiv G. Devising a procedure for substantiating the type and volume of redundant structural-functional elements of reconnaissance-firing systems. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2021. No.2(110). – P. 31–42. – DOI: 10.15587/1729-4061.2021.229031.

10. Теоретичні основи управління угрупованням військ (сил) у сучасних умовах збройної боротьби: монографія / Загорка О.М., Коріцький А.К., Загорка І.О.; за ред. І.С.Русніка. – К.:НУОУ ім. Івана Черняхівського, 2020. – 248 с.

11. Загорка О.М. Методичні положення оцінки живучості зенітної ракетної системи від дії по її елементах засобів ураження противника / О.М. Загорка, В.В. Коваль, І.О. Загорка // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – Харків: ХУПС, 2017. – Вип. №4. – С. 12–16.

12. Por D. Eugenio Lopez Polo. Tendencias de Artilleria / Memorial de Artilleria –М.: АА, 2018. –Vol. № 174(1). – P.37–42.

Бакалов Валерій Григорович

кандидат технічних наук, доцент, науковий співробітник Державного науково-дослідного інституту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки, Чернігів, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-8602-7778>
+38-067-3983281

Кузьменко Віктор Олександрович

начальник науково-дослідного відділу Державного науково-дослідного інституту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки, Чернігів, Україна
<https://orcid.org/0000-0001-8008-4299>
+38063-453-47-95

Valery Bakalov

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, of State Scientific Research Institute of Armament and Military Equipment Testing and Certification, Chernihiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-8602-7778>
+38-067-3983281

Viktor Kuzmenko

Chief of Section of State Scientific Research Institute of Armament and Military Equipment Testing and Certification, Chernihiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0001-8008-4299>
+38063-453-47-95

Нікітченко Віктор Іванович

кандидат технічних наук, старший дослідник,
начальник науково-дослідного управління
Державного науково-дослідного інституту
випробувань і сертифікації озброєння та
військової техніки. Чернігів, Україна
<https://orcid.org/0000-0001-8973-8711>
e-mail: nazar200914@gmail.com

Яриш Ігор Юрійович

науковий співробітник Державного науково-
дослідного інституту випробувань і
сертифікації озброєння та військової техніки,
Чернігів, Україна
<https://orcid.org/0000-0002-0212-0466>
+38099-07-23-604

Viktor Nikitchenko

Candidate of Technical Sciences, Senior
researcher, Chief of Section of State Scientific
Research Institute of Armament and Military
Equipment Testing and Certification, Chernihiv,
Ukraine
<https://orcid.org/0000-0001-8973-8711>
e-mail: nazar200914@gmail.com

Ihor Yarysh

Researcher of State Scientific Research Institute
of Armament and Military Equipment Testing and
Certification, Chernihiv, Ukraine
<https://orcid.org/0000-0002-0212-0466>
+38099-07-23-604

**MATHEMATICAL MODELING OF THE SURVIVAL
OF THE ARTILLERY DIVISION DURING COMBAT
V Bakalov, V Kuzmenko, V Nikitchenko and I Yarysh**

The article deals with the survivability of the artillery unit during the combat operation. The brutality of the artillery unit is regarded as a random process. In our view, this random process is a Markov process that depends on time. Mathematical model of survivability of artillery unit based on non-stationary Markov process described by Kolmogorov equation was developed. The mathematical model allows to change probability of impressions of the artillery unit, time of their presence in combat positions and time of determination of positions of the enemy, which allows to determine vitality of the artillery unit in time during combat operations. The article considers two cases of survivability of an artillery unit during hostilities. In the first case, the entire artillery unit begins to fight on the uncertain positions of the enemy's artillery unit. The latter for some time determines the exact position of the attackers and, despite the fact that they entered the battle later, inflicts significant losses on the former. In the second case, the artillery unit is divided into two parts. The first part also begins the battle on the uncertain positions of the enemy's artillery unit. The second part enters the battle after determining the positions of the enemy artillery unit. In this case, the overall survivability of the first unit will be greater than the enemy's artillery unit. Ways to increase the survivability of the artillery unit during combat operations were shown. In our view, this approach can be used to create an interactive simulation of the artillery unit's command. Such a complex is applicable in the training of commanders of artillery units.

Keywords: artillery unit, survivability, Markov process, Kolmogorov equation, transition probabilities, time.